

Examen de MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-4-1999**Opción A**

Ejercicio 1. Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función logaritmo neperiano $f(x) = \ln(x)$.

(a) [1 punto] Prueba que la función derivada f' es decreciente en todo su dominio.

(b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = f(x) / x$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Dibuja y calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3 - 2x$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina y representa el lugar geométrico formado por los puntos $P = (x, y)$ del plano que verifican la siguiente propiedad: El triángulo PAB cuyos vértices son $P, A = (2, 0)$ y $B = (-2, 0)$ es un triángulo rectángulo con ángulo recto en P .

Ejercicio 4.- La matriz cuadrada X de orden 3 verifica la relación $X^3 + X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina si es posible el rango de X .

(b) [1'5 puntos] ¿Verifica alguna de las matrices A y B siguientes la relación del enunciado:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Examen de MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

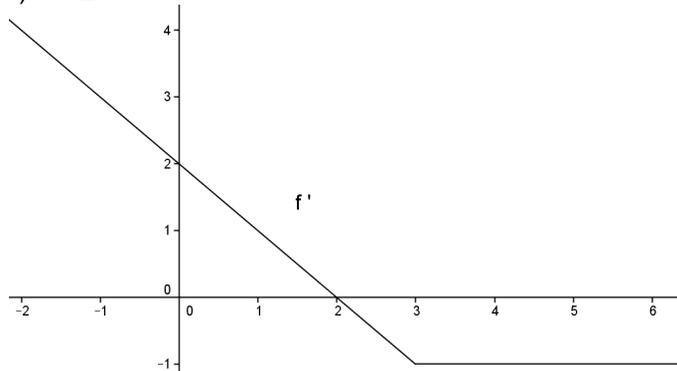
Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-4-1999**Opción B**

Ejercicio 1. La función derivada de una función derivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ viene dada por la gráfica de la figura. Además, se sabe que $f(-1) = 9/2$



- (a) [2 puntos] Determina una expresión algebraica de f .
 (b) [0'5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula una primitiva de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^2 \sin(x)$ cuya gráfica pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3. Sea el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ m y + z &= 0 \\ x + (1+m)y + mz &= 1+m \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Estudia su comportamiento según los valores del parámetro m .
 (b) [2'5 puntos] Resuélvelo para $m = 2$.

Ejercicio 4. (a) [2 puntos] ¿Cuál es el punto P de la recta r dada por $r \equiv \begin{cases} x+y+2z=1 \\ x-2y-4z=1 \end{cases}$

que está mas cerca del punto $A = (2, 3, -1)$.

- (b) [0'5 puntos] Halla el área del triángulo cuyos vértices son A , P y $B = (1, 0, 0)$